طرح درس ریاضی ۲

مرجع درس:

ج. ب. توماس، ج. هاس، س. هیل و م. د. ویر، حساب دیفرانسیل و انتگرال، ویرایش ۱۴

G. B. Thomas, J. Hass, C. Heil and M. D. Weir, THOMAS' CALCULUS, Fourteenth Edition, Boston: Pearson, (2018).

نحوه ارزشیابی:

(آ) کار کلاسی شامل تمرینات تحویلی و آزمونک‌ها و فعالیتهای کلاس حل تمرین: ۲ نمره،

(ب) آزمون میان‌ترم: ۸ نمره که در روز پنجشنبه ۱۴۰۲/۱/۳۱ برگزار خواهد شد (آزمون میان ترم تا پایان فصل مشتقات جزیی خواهد بود)،

(پ) آزمون پایان ترم: ۱۰ نمره.

سرفصل درس و انتظارات از دانشجویان پس از گذراندن هر بخش

شماره و نام فصل از مرجع فوق	شماره و نام بخش‌ها و زیربخش‌هایی که از هر فصل باید تدریس گردد.
فصل ۱۲: بردارها و هندسه‌ی فضایی	**۱۲.۱ دستگاه مختصات سه‌بعدی:** فاصله و کره‌ها در فضا. **۱۲.۲ بردارها:** صورت مولفه‌ای-اعمال جبری روی بردارها- بردارهای یکه-نقطه‌ی میانی پاره‌خط. **۱۲.۳ ضرب نقطه‌ای:** زاویه بین بردارها- بردارهای متعامد- خواص ضرب نقطه‌ای و تصاویر یک بردار- کار. **۱۲.۴ ضرب برداری (خارجی):** ضرب برداری دو بردار در فضا- $\|u\times v\|$ برابر است با مساحت متوازی‌الضلاع- فرمول دترمینان برای $u\times v$- ضرب سه‌گانه اسکالر یا جعبه‌ای و تعبیر آن به عنوان حجم متوازی‌السطوح (به همراه اثبات). **۱۲.۵ خط و صفحه در فضا:** خطوط و پاره‌خط‌ها در فضا (معادله‌ی برداری و پارامتری)- فاصله‌ی نقطه از خط- معادله‌ی صفحه در فضا- فصل مشترک دو (یا چند) صفحه- فاصله‌ی یک نقطه از یک صفحه- زاویه‌ی بین دو صفحه. **۱۲.۶ سیلندرها و رویه‌های درجه دوم:** سیلندرها- رویه های درجه دوم (سهمیگون، بیضیگون، هذلولیگون یکپارچه و دوپارچه، مخروط، سهمیگون هذلولوی (زین اسبی) در حالاتی که محور تقارن موازی یکی از محورهای مختصات بوده و مرکز دلخواه باشد به همراه روش رسم از طریق تقاطع با صفحات موازی محورهای مختصات.) علاوه بر مطالب فوق که در کتاب به همین ترتیب آمده از فصل ۱۵، مختصات قطبی، استوانه‌ای و کروی نیز به همراه فرمول‌های تغییر مختصات از دکارتی به این مختصات جدید و بالعکس آورده شده و معادلات برخی از رویه های درجه دوم فوق در این مختصات استوانه ای و کروی بررسی گردد. (علت این جابجایی در بیان مختصات قطبی، کروی و استوانه‌ای،
جلسه ۱ **جلسه ۲** **جلسه ۳** **جلسه ۴**	

	درک بهتر این مختصات بصورت مستقل از حضور تغییر متغیر در انتگرال‌ها است. همچنین دانشجو در زمان تدریس انتگرال به این تغییر متغیرها تسلط بهتری داشته و زمان بیشتری برای درک تجسم فضایی برخی رویه ها در مختصات غیر دکارتی پیدا خواهد کرد.)
علاوه بر عناوین بخش‌ها، نوشتن معادله‌ی یک خط با داشتن یک نقطه و بردار هادی و یا دو نقطه از آن- بررسی وضعیت دو خط در فضا (موازی-متقاطع-متنافر)- بدست آوردن فاصله‌ی دو خط متنافر- بدست آوردن معادله‌ی پارامتری خط عمود مشترک بر دو خط متنافر یا متقاطع.	
فصل ۱۳: توابع برداری و حرکت در فضا **جلسه ۵** **جلسه ۶** **جلسه ۷**	**۱۳.۱ خم‌ها در فضا و مماس‌های آن:** حد و پیوستگی- مشتق و حرکت- قوانین مشتق- توابع برداری با طول ثابت. **۱۳.۲ انتگرال توابع برداری و حرکت پرتابه:** صرفا قسمت انتگرال توابع برداری. **۱۳.۳ طول قوس در فضا:** طول قوس یک خم فضایی- سرعت روی یک خم هموار- بردار یکه ی مماس. **۱۳.۴ خمیدگی (انحنا) و بردارهای قائم یک خم:** خمیدگی یک خم مسطح- دایره‌ی خمیدگی (بوسان) برای خم‌های مسطح- خمیدگی و بردارهای قائم برای خم های فضایی. **۱۳.۵ مولفه‌های مماسی و قائم شتاب:** کنج TNB- مولفه‌های مماسی و قائم شتاب- تاب- فرمول‌های محاسبه‌ی خمیدگی و تاب.
علاوه بر عناوین فوق، دانشجو بتواند یک خم را در امتداد یک بردار بر روی یک رویه یا یک صفحه تصویر کرده و اجزای فرنه‌ی خم را بدست آورد. ماکزیمم و مینیمم خمیدگی یک خم را بدست آورده و نقطه‌ی وقوع آن را تعیین کند. برای خم‌های مسطح خمیدگی و دایره‌ی بوسان را بدست آورد. بتواند یک خم پارامتری را بر حسب پارامتر طول قوس بازپارامتری کرده و اجزای فرنه را بدست آورد.	
فصل ۱۴: مشتقات جزئی **جلسه ۸** **جلسه ۹** **جلسه ۱۰**	**۱۴.۱ توابع چند متغیره:** دامنه و برد- توابع دو متغیره- خم های تراز و خم‌های کانتور توابع دو متغیره- توابع سه متغیره. **۱۴.۲ حد و پیوستگی در ابعاد بالاتر:** حد توابع دو متغیره- پیوستگی- توابع با بیش از دو متغیر- مقادیر فرینه (اکسترمم) توابع پیوسته روی مجموعه های بسته و کراندار. **۱۴.۳ مشتقات جزئی:** مشتقات جزئی یک تابع دو متغیره- روش محاسبه- توابع با بیش از دو متغیر- مشتقات جزئی و پیوستگی- مشتقات جزئی مرتبه دوم- قضیه‌ی مشتق مخلوط- مشتقات جزئی مراتب بالاتر- مشتق پذیری. **۱۴.۴ قاعده‌ی زنجیره ای:** توابع دو متغیره- توابع سه متغیره- توابع تعریف شده روی رویه‌ها- مشتق‌گیری ضمنی- توابع چند متغیره.

جلسه ۱۱ **جلسه ۱۲** **جلسه ۱۳** **جلسه ۱۴**	**۱۴.۵ مشتقات سویی (جهتی) و بردارهای گرادیان:** مشتق سویی در صفحه- تعبیر مشتق سویی- محاسبه و گرادیان‌ها- گرادیان‌ها و مماس بر خم های تراز- توابع سه‌متغیره- قاعده‌ی زنجیره‌ای برای مسیرها. **۱۴.۶ صفحات مماس و دیفرانسیل ها:** صفحه‌های مماس و خطوط قائم- برآورد تغییر در یک جهت مشخص- خطی‌سازی توابع دو متغیره (تقریب خطی توابع دو متغیره)- دیفرانسیل- توابع با بیش از دو متغیر. **۱۴.۷ مقادیر فرینه و نقاط زینی:** آزمون های مشتق برای مقادیر فرینه ی موضعی- بیشینه و کمینه‌ی (max و min) مطلق روی نواحی بسته و کراندار. **۱۴.۸ ضرایب لاگرانژ:** بیشینه و کمینه‌ی مقید- روش ضرایب لاگرانژ (در صورت وجود وقت اثبات قضیه‌ی ۱۲ آورده شود.)- ضرایب لاگرانژ با دو قید. **۱۴.۹ فرمول تیلور برای توابع دو متغیره:** صرفا فرمول تیلور توابع دو متغیره در نقطه‌ی (a,b) آورده شود. **۱۴.۱۰ مشتقات جزئی با متغیرهای مقید:** تصمیم در مورد اینکه کدام متغیر مستقل و کدام وابسته است- چگونه $\frac{\partial w}{\partial x}$ را از تابع w=f(x,y,z) وقتی متغیرها توسط معادله‌ی دیگری مقید شده باشند محاسبه کنیم.
فصل ۱۵: انتگرال‌های چندگانه **جلسه ۱۵** **جلسه ۱۶** **جلسه ۱۷** **جلسه ۱۸** **جلسه ۱۹** **جلسه ۲۰** **جلسه ۲۱** **جلسه ۲۲** **جلسه ۲۳** **جلسه ۲۴**	**۱۵.۱ انتگرال دوگانه و مکرر روی نواحی مستطیلی:** انتگرال دوگانه- انتگرال دوگانه به عنوان حجم- قضیه‌ی فوبینی برای محاسبه‌ی انتگرال. **۱۵.۲ انتگرال دوگانه روی نواحی عام:** انتگرال دوگانه روی نواحی کراندار غیرمستطیلی-حجم-پیدا کردن کران های انتگرال‌گیری-خواص انتگرال دوگانه. **۱۵.۳ مساحت بوسیله‌ی انتگرال دوگانه:** مساحت نواحی کراندار در صفحه- مقدار میانگین. **۱۵.۴ انتگرال دوگانه در مختصات قطبی:** انتگرال در مختصات قطبی- پیدا کردن حدود انتگرال‌گیری- تبدیل انتگرال دکارتی به قطبی. **۱۵.۵ انتگرال‌های سه‌گانه در مختصات دکارتی:** انتگرال سه‌گانه- حجم یک ناحیه در فضا- پیدا کردن حدود انتگرال‌گیری به ترتیب dzdydx- مقدار میانگین یک تابع در فضا- خواص انتگرال سه‌گانه. **۱۵.۶ از این بخش صرفا محاسبه‌ی جرم در دوبعدی و سه‌بعدی.** **۱۵.۷ انتگرال سه‌گانه در مختصات کروی و استوانه‌ای:** انتگرال‌گیری در مختصات استوانه‌ای- چگونه در مختصات استوانه ای انتگرال بگیریم- انتگرال‌گیری در مختصات کروی- چگونه در مختصات کروی انتگرال بگیریم. **۱۵.۸ تغییر متغیر در انتگرال‌های چندگانه:** جایگذاری در انتگرال دوگانه- جایگذاری در انتگرال سه‌گانه. **توضیح:** استاد درس می‌تواند به انتخاب خود جهت تغییر متغیر قطبی، استوانه ای و کروی بصورت معکوس عمل کند. یعنی ابتدا تغییر متغیر (تغییر مختصات) در حالت کلی تدریس شده و پس از آن تغییر مختصات قطبی، کروی یا استوانه‌ای بصورت مثالی از حالت کلی ارائه گردد.

همچنین مثال‌هایی از انتگرال‌های ناسره حل شده و دانشجو توانایی حل انتگرال با استفاده از تغییر متغیر (غیر از حالات استاندارد قطبی، استوانه‌ای و کروی) را داشته باشد.

فصل ۱۶: انتگرال‌ها و میدان‌های برداری	**۱۶.۱ انتگرال خط (روی مسیر) توابع اسکالر:** جمع‌پذیری- محاسبه‌ی جرم (یک خم هموار یا سیم)- انتگرال خط در صفحه. **۱۶.۲ میدان های برداری و انتگرال خط، کار گردش و شار:** میدان‌های برداری- میدان‌های گرادیان- انتگرال‌های خط میدان های برداری- انتگرال خط نسبت به dx، dy و dz- کار انجام شده توسط یک نیرو روی (در امتداد) یک خم در فضا- انتگرال شارش و چرخش برای میدان های سرعت (صرفا $\int_C \mathbf{F}.\mathbf{T}\,dS$ و تعریف خم بسته‌ی ساده در صفحه (بیان $\int_C \mathbf{F}.\mathbf{n}\,dS$ لازم نیست.). **۱۶.۳ استقلال از مسیر، میدان‌های پایستار و توابع پتانسیل:** استقلال از مسیر- شرایط روی خم‌ها، میدان‌های برداری و نواحی- انتگرال خط در میدان پایستار (قضایا بدون اثبات)- محاسبه‌ی پتانسیل برای میدان های پایستار- فرم‌های دیفرانسیل دقیق (کامل). **۱۶.۴ قضیه‌ی گرین در صفحه:** چرخش حول یک محور: مولفه ی k از curl- دیورژانس- دو صورت از قضیه‌ی گرین (صرفا قضیه‌ی ۴ یعنی صورت مماسی ارائه گردد. نیازی به قضیه‌ی ۵ صورت قائم نیست.)- استفاده از قضیه‌ی گرین برای محاسبه‌ی انتگرال خط- صرفا بیان شهودی اینکه قضیه‌ی گرین چگونه برای نواحی غیر همبند ساده قابل استفاده است.) **۱۶.۵ رویه ها و مساحت:** پارامتری کردن رویه ها- تعریف رویه‌ی هموار- رویه‌های ضمنی- ارائه‌ی فرمول مساحت به شکل فرمول (۸) و فرمول‌های معادل برای زمانیکه نسبت به صفحات yz یا xz پارامتری شده است. **۱۶.۶ انتگرال سطح (رویه‌ای):** انتگرال سطح- جهت یک سطح (رویه)- انتگرال سطح میدان‌های برداری- محاسبه ی انتگرال سطح برای یک رویه‌ی پارامتری- محاسبه‌ی انتگرال سطح برای یک سطح (رویه‌ی) تراز. **۱۶.۷ قضیه‌ی استوکس:** میدان برداری curl- قضیه ی استوکس. **۱۶.۸ قضیه‌ی دیورژانس و نظریه‌ی یکسان‌سازی:** دیورژانس در سه بعدی- قضیه‌ی دیورژانس- دیورژانس و curl.

جلسه ۲۵

جلسه ۲۶

جلسه ۲۷

جلسه ۲۸

جلسه ۲۹

جلسه ۳۰

جلسه ۳۱

جلسه ۳۲

علاوه بر عناوین فوق انتظار می‌رود دانشجو برای مسائل مناسب که شرایط قضیه‌ی گرین یا دیورژانس برقرار نیست (یعنی ناحیه بسته نیست) با افزودن خم یا سطحی شرایط را ایجاد کرده، از قضایا استفاده کرده سپس انتگرال ناحیه‌ی افزوده شده را مستقیما محاسبه و آنرا کم نماید. همچنین انتظار می‌رود دانشجو بتواند با استفاده از انتگرال خط (قضیه‌ی گرین) مساحت یک ناحیه را محاسبه کند.